Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(40 de puncte)**

1.	**D**	**4p**
2.	**A**	**4p**
3.	**C**	**4p**
4.	**B**	**4p**
5.	**A**	**4p**
6.	**D**	**4p**
7.	**D**	**4p**
8.	**C**	**4p**
9.	**B**	**4p**
10.	**A**	**4p**

SUBIECTUL al II-lea **(20 de puncte)**

1.a)	$\det\left(M\left(m\right)\right)=\begin{vmatrix}1 & 2 & 4\\ -1 & m & -1\\ m & 1 & 3\end{vmatrix}=-4m^2+m+3$, pentru orice număr real m	**2p**
	$\det\left(M\left(m\right)\right)=0 \Leftrightarrow m=-\frac{3}{4}$ sau $m=1$, deci sistemul are soluție unică pentru $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{3}{4},1\right\}$	**3p**
b)	Pentru $m=1$, sistemul este compatibil nedeterminat și soluțiile sistemului sunt $\left(-2\alpha+3,1-\alpha,\alpha\right)$, unde $\alpha\in\mathbb{C}$	**3p**
	$4\left(1-\alpha\right)^2=\left(3-\alpha\right)^2 \Leftrightarrow \alpha=-1$ sau $\alpha=\frac{5}{3}$, deci soluțiile sunt $\left(5,2,-1\right)$ sau $\left(-\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\frac{5}{3}\right)$	**2p**
2.a)	$x*x=\frac{1}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$, $x*x*x=\frac{1}{9}\left(x-\frac{3}{2}\right)^3+\frac{3}{2}$	**2p**
	$\frac{1}{9}\left(x-\frac{3}{2}\right)^3+\frac{3}{2}=x \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$ sau $x=\frac{3}{2}$ sau $x=\frac{9}{2}$	**3p**
b)	$x*\frac{9}{2}=\frac{9}{2}*x=x$, pentru orice număr real x, deci $e=\frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii „$*$”	**2p**
	$n*n'=n'*n=\frac{9}{2} \Leftrightarrow 4nn'-6n-6n'=27$, unde n' este simetricul lui n și, cum pentru $n, n'\in\mathbb{N}$, numărul $4nn'-6n-6n'$ este par, obținem că nu există niciun număr natural n al cărui simetric în raport cu legea de compoziție „$*$” să fie număr natural	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=1-\frac{2x+1}{x^2+x+1}=$	**3p**
	$=\frac{x^2-x}{x^2+x+1}=\frac{x(x-1)}{x^2+x+1}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a,f(a))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=-\frac{1}{7}x+2\Leftrightarrow f'(a)=-\frac{1}{7}$	**2p**
	$\frac{a(a-1)}{a^2+a+1}=-\frac{1}{7}\Leftrightarrow 8a^2-6a+1=0\Leftrightarrow a=\frac{1}{4}$ sau $a=\frac{1}{2}$	**3p**
c)	f continuă pe $\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$, $f(0)=0$, $f(1)=1-\ln 3\in(-1,0)$	**3p**
	f este strict descrescătoare pe $(0,1)$ și f este strict crescătoare pe $(1,+\infty)$, deci, pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$, ecuația $f(x)+n=0$ nu are nicio soluție în $[0,+\infty)$	**1p**
	f este strict crescătoare pe $(-\infty,0)\Rightarrow$ pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$, ecuația $f(x)+n=0$ are soluție unică în $(-\infty,0)$, deci pentru fiecare număr natural nenul n, ecuația $f(x)+n=0$ are soluție unică	**1p**
2.a)	$\int_0^2 e^x f(x)\,dx=\int_0^2 e^x\cdot\frac{x}{e^x}\,dx=\int_0^2 x\,dx=\frac{x^2}{2}\Big\vert_0^2=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
b)	$\mathcal{A}=\int_{-1}^1\vert f(x)\vert\,dx=\int_{-1}^0 -xe^{-x}dx+\int_0^1 xe^{-x}dx=(x+1)e^{-x}\Big\vert_{-1}^0-(x+1)e^{-x}\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=1-\frac{2}{e}+1=2-\frac{2}{e}$	**2p**
c)	$(n+2)I_n=(n+2)\int_0^1 x^n f(x)\,dx=(n+2)\int_0^1 x^{n+1}e^{-x}dx=\int_0^1\left(x^{n+2}\right)'e^{-x}dx=\frac{1}{e}+\int_0^1 x^{n+2}e^{-x}dx$	**2p**
	$0\le x\le 1\Rightarrow\frac{1}{e}\le e^{-x}\le 1\Rightarrow\frac{1}{e}\cdot x^{n+2}\le x^{n+2}e^{-x}\le x^{n+2}\Rightarrow\frac{1}{e}\int_0^1 x^{n+2}dx\le\int_0^1 x^{n+2}e^{-x}dx\le\int_0^1 x^{n+2}dx$	**1p**
	Cum $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_0^1 x^{n+2}dx=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n+3}=0$, obținem $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_0^1 x^{n+2}e^{-x}dx=0\Rightarrow\lim\limits_{n\to+\infty}(n+2)I_n=\frac{1}{e}$	**2p**