Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**A**	**5p**
2.	**C**	**5p**
3.	**D**	**5p**
4.	**B**	**5p**
5.	**B**	**5p**
6.	**B**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$3*9=3^{\log_3 9}=$	**2p**
	$=3^2=9$	**3p**
2.	$\log_3(x*y)=\log_3\left(x^{\log_3 y}\right)=\log_3 y\cdot\log_3 x$, pentru orice $x,\ y\in M$	**2p**
	$\log_3(y*x)=\log_3\left(y^{\log_3 x}\right)=\log_3 x\cdot\log_3 y=\log_3(x*y)$, deci $x*y=y*x$, pentru orice $x,\ y\in M$, de unde obținem că legea de compoziție „$*$” este comutativă	**3p**
3.	$x*3=x^{\log_3 3}=x^1=x$, pentru orice $x\in M$	**2p**
	$3*x=3^{\log_3 x}=x$, pentru orice $x\in M$, deci $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$x*a=a\Leftrightarrow a*x=a\Leftrightarrow a^{\log_3 x}=a$, pentru orice $x\in M$	**3p**
	$a=1$	**2p**
5.	$x*x=x^{\log_3 x}$, $x*x*x=x^{\log_3^2 x}$, pentru orice $x\in M$	**2p**
	$x^{\log_3^2 x}=x$, deci $x=1$ sau $x=\frac{1}{3}$ sau $x=3$, care convin	**3p**
6.	$x*1=1$, pentru orice $x\in M$	**2p**
	$\frac{1}{5}*\frac{2}{5}*\frac{3}{5}*\frac{4}{5}*\frac{5}{5}=\left(\frac{1}{5}*\frac{2}{5}*\frac{3}{5}*\frac{4}{5}\right)*1=1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$1=1+0\cdot\sqrt{3}$	**3p**
	Deoarece $1\in\mathbb{Z}$ și $0\in\mathbb{Z}$, obținem $1\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{3}\right]$	**2p**
2.	$x=m+n\sqrt{3}$, $y=p+q\sqrt{3}$, unde $m,\ n,\ p,\ q\in\mathbb{Z}\Rightarrow x+y=(m+p)+(n+q)\sqrt{3}$	**3p**
	Deoarece $m+p\in\mathbb{Z}$ și $n+q\in\mathbb{Z}$, obținem $x+y\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{3}\right]$	**2p**

3.	$x=m+n\sqrt{3}$, $y=p+q\sqrt{3}$, unde $m,n,p,q\in\mathbb{Z}\Rightarrow xy=(mp+3nq)+(mq+np)\sqrt{3}$	**3p**
	Deoarece $mp+3nq\in\mathbb{Z}$ și $mq+np\in\mathbb{Z}$, obținem $xy\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{3}\right]$	**2p**
4.	$\left(2+\sqrt{3}\right)x'=1\Rightarrow x'=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=$	**2p**
	$=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2^2-\sqrt{3}^2}=2-\sqrt{3}\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{3}\right]$	**3p**
5.	De exemplu, pentru $x=2-\sqrt{3}$, avem $x\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{3}\right]$	**2p**
	Deoarece $1,7<\sqrt{3}<2\Rightarrow 0<2-\sqrt{3}<0,3$ obținem $0<x<\dfrac{3}{10}$	**3p**
6.	$a\in H\Rightarrow a=m+n\sqrt{3}$, unde $m,n\in\mathbb{Z}$, $m^2-3n^2=1$, deci $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{m+n\sqrt{3}}=$	**2p**
	$=\dfrac{m-n\sqrt{3}}{m^2-3n^2}=m+(-n)\sqrt{3}$ şi, cum $m,n\in\mathbb{Z}$ şi $m^2-3(-n)^2=m^2-3n^2=1$, obţinem $\dfrac{1}{a}\in H$	**3p**