INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV   MINISTERUL EDUCAȚIEI

Examenul de bacalaureat naţional 2023
Proba E. c)
Matematică M_șt-nat
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE simulare ianuarie 2023

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii
• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I ***30 de puncte***

1	(a_n) *progresie aritmetică cu* $a_1 = 23$ $r = -2$ *și* $a_n = 7$ $a_n = a_1 + (n-1)r, n = 9 . S_n = 135$	**2p** **3p**
2	$A(-2,1) \in Gf \Rightarrow f(-2) = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ $f(a) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{2}$	**3p** **2p**
3	$\sqrt[3]{\boldsymbol{x}-1} = 1 - \boldsymbol{x} \Rightarrow (\boldsymbol{x}-1)^3 = 1 - \boldsymbol{x} \Rightarrow (\boldsymbol{x}-1)(\boldsymbol{x}^2 - 2\boldsymbol{x} + 2) = 0$ $x_1 = 1$ *și* $x_2, x_3 \notin \mathbb{R}$	**2p** **3p**
4	$p = \frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile}$, $nr.cazuri\ posibile = 900$ $\overline{abc}$ *cu cifre pare* $\Rightarrow a \in \{2,4,6,8\}$ *și* $b, c \in \{0,2,4,6,8\}, nr.cazuri\ favorabile = 4 \cdot 5 \cdot 5 = 100 \Rightarrow p = \frac{1}{9}$	**2p** **3p**
5	$C \in Ox \Rightarrow C(x,0); AC \perp AB \Rightarrow m_{AC} \cdot m_{AB} = -1$ $m_{AC} = 1 - x, m_{AB} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = -1$	**2p** **3p**
6	$AB = AC = x, BC = x\sqrt{2}, AD \perp BC \Rightarrow BD = \frac{x\sqrt{2}}{2}$ $\cos B = \frac{BD}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Longrightarrow sinB = \frac{\sqrt{2}}{2}$.	**2p** **3p**

Subiectul al II-lea ***(30 puncte)***

1a	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -12 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} =$ $= 3 \cdot \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = 3 \cdot A$	**3p** **2p**
1b	$4 \cdot A - B(x,y) = \begin{pmatrix} 16 & -16 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x & y \\ 4 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16-x & -16-y \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\det(4 \cdot A - B(x,y)) = \begin{vmatrix} 16-x & -16-y \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$	**3p** **2p**

1c	$A \cdot B(x,y) = \begin{pmatrix} 4x-16 & 4y+16 \\ x-4 & y+4 \end{pmatrix}$; $B(x,y) \cdot A = \begin{pmatrix} 4x+y & -4x-y \\ 12 & -12 \end{pmatrix}$ $A \cdot B(x,y) = B(x,y) \cdot A \Leftrightarrow 4x-16 = 4x+y, 4y+16 = -4x-y, x-4 = 12, y+4 = -12 \Leftrightarrow x = 16$ *și* $y = -16$.	**2p** **3p**
2a	$2 \circ (-2) = 2 \cdot (-2) - 7(2-2)=$ $=-4-7\cdot 0 = -4$	**3p** **2p**
2b	$2 \circ \sqrt[3]{x} = 2\sqrt[3]{x} - 7\left(2+\sqrt[3]{x}\right) = -5\sqrt[3]{x} - 14$ $-5\sqrt[3]{x} - 14 = -9 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x} = -1 \Leftrightarrow x = -1$	**2p** **3p**
2c	$(n \circ n) \circ n = (n^2 - 14n) \circ n = n^3 - 21n^2 + 91n$ $n^3 - 21n^2 + 91n \geq n^3 \Leftrightarrow 3n^2 - 13n \leq 0 \Leftrightarrow n \in \left[0, \frac{13}{3}\right]$ *și* n ∈ ℕ , deci n ∈ {0, 1, 2, 3}	**2p** **3p**

Subiectul al III-lea ***30 puncte***

1.a)	$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{4}{(x+1)^2}$ Finalizare	**2p** **3p**
b)	Din ecuația tangentei și condiția de paralelism cu axa Ox, avem $\boldsymbol{f'(x)} = 0$ x = 1 și P(1;0)	**3p** **2p**
c)	Din punctul (a) se obtine ca $\boldsymbol{f'(x)} \geq 0, (\forall)x \in (0;\infty)$ și f este crescătoare pe $(0;+\infty)$ $f(x) \geq f(1) = 0$, pentru orice $x \in [1,\infty)$, finalizare	**2p** **3p**
2.a)	$\int_0^1 (x^2+1) \cdot f(x)dx = \int_0^1 (x^2+1) \cdot \frac{x^3+3x}{x^2+1}dx =$ $\int_0^1 (x^3+3x)dx = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2}\right)\Big\|_0^1 = \frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{7}{4}$	**2p** **3p**
b)	$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \frac{x^3+3x}{x^2+1}dx = \int_0^1 (x + \frac{2x}{x^2+1})dx$ $=\left(\frac{x^2}{2} + \ln(x^2+1)\right)\Big\|_0^1 = \frac{1}{2} + ln2$	**2p** **3p**
c)	$\int_0^1 \frac{e^x(x^2+1)}{x} f(x)dx = \int_0^1 \frac{e^x(x^2+1)}{x} \cdot \frac{x^3+3x}{x^2+1}dx = \int_0^1 e^x(x^2+3)dx = (x^2+3)e^x\Big\|_0^1 - \int_0^1 2xe^x dx =$ $= 4e - 3 - (2xe^x\Big\|_0^1 - 2e^x\Big\|_0^1) = 4e - 3 - (2e - 2e + 2) = 4e - 5$	**2p** **3p**