Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_șt_nat*

Model ianuarie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p	**1)** Ordonați descrescător numerele: $\left[\sqrt{17}\right]$, $3!$, $\log_2 34$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui *x*.
5p	**2)** Determinați valorile numărului real *m* știind că vârful parabolei asociate graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2mx+m+2$ este situat în cadranul IV al sistemului de axe ortogonal *xOy*.
5p	**3)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(9^x-3^{x+1}\right)=2+\log_3\left(3^x-3\right)$.
5p	**4)** Calculați probabilitatea ca alegând un număr format din 3 cifre distincte, cifrele acestuia să fie numere prime.
5p	**5)** Se consideră dreptele d_1, d_2 de ecuații $d_1: 2x+y-5=0$, $d_2: 2x-y+5=0$. Determinați ecuația bisectoarei unghiului format de cele două drepte.
5p	**6)** Se consideră expresia $E(x)=\sin x\cos x-\sin^2 2x+\cos 3x$. Calculați $E\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

	1) Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}2^x & 0\\ 0 & 5^x\end{pmatrix}, x\in\mathbb{R}$.
5p	**a)** Demonstrați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$, pentru orice numere reale *x* și *y*.
5p	**b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $A(x)\cdot A\left(2x^2\right)=I_2$.
5p	**c)** Arătați că $\det\left(\left(2^x+5^x\right)A(x)-A^2(x)\right)>0$ pentru orice număr real *x*.
	2) Se consideră legea de compoziție asociativă $x\circ y=2xy+x+y,\ x,y\in\mathbb{R}$.
5p	**a)** Demonstrați că $x\circ y=2\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(y+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2},\ x,y\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{de\ 2024 ori}=x$.
5p	**c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale sistemul de ecuații $\begin{cases}x\circ y=z\\ y\circ z=x\\ z\circ x=y\end{cases}$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1) Se consideră funcția $f:\mathbb{R}-\{1\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{ax^2+bx+2}{x-1},\ a,b\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $a=b=1$ determinați punctele de extrem ale funcției f.

5p **b)** Determinați a și b astfel ca dreapta de ecuație $y=2x+3$ să fie asimptotă oblică la graficul funcției f spre $+\infty$.

5p **c)** Determinați numărul real b știind că ecuația tangentei în punctul $x_0=2$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=-3x+5$.

2) Se consideră funcțiile
$f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\ln\left(1+x^2\right)+x\,arctgx+3,\ \ g(x)=\dfrac{3x}{x^2+1}+arctgx$.

5p **a)** Demonstrați că funcția *f* este o primitivă a funcției *g*.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 f(x)\cdot g(x)dx$.

5p **c)** Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro