Simulare, Bacalaureat, mai 2024
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\log_3 5\cdot\log_5 9=\log_3 5\cdot\left(2\log_5 3\right)=2=$	**3p**
	$=\sqrt{2}^2$, deci numerele $\log_3 5$, $\sqrt{2}$ și $\log_5 9$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.	**2p**
2.	$\Delta=121-4m$	**2p**
	$\Delta\geq 0\Leftrightarrow m\in\left(-\infty,\frac{121}{4}\right]$, deci cel mai mare număr întreg m pentru care soluțiile ecuației sunt numere reale este 30	**3p**
3.	$2^{2-x}\left(2-1+2^3\right)=9\Leftrightarrow 2^{2-x}=1$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre are 900 de elemente, deci sunt 900 de cazuri posibile	**2p**
	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre care au produsul cifrelor un număr impar are $5\cdot 5\cdot 5=125$ de elemente, deci sunt 125 de cazuri favorabile.	**2p**
	$P=\frac{nr.\text{ cazuri favorabile}}{nr.\text{ cazuri posibile}}=\frac{125}{900}=\frac{5}{36}$	**1p**
5.	$G\left(\frac{-1+1+3}{3},\frac{1+3+2}{3}\right)$, deci $G(1,2)$ este centrul de greutate al triunghiului ABC	**3p**
	Ecuația dreptei OG este $y-0=\frac{2-0}{1-0}(x-0)$, deci $y=2x$	**2p**
6.	$A_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC\cdot\sin A}{2}$, deci $\sin A=\frac{1}{2}$	**3p**
	Cum ΔABC este ascuțitunghic, obținem $m(\sphericalangle A)=30^o$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. a)	$\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}1&1&1\\1&2&a\\2&a&4\end{vmatrix}=8+a+2a-4-a^2-4=$	**3p**
	$=-a^2+3a=a(3-a)$, pentru orice număr real a	**2p**

b)	$\det(A(0))=0$ și un minor principal este $\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}\neq 0$	**3p**
	Minorul caracteristic este $\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 2\\ 2 & 0 & 3\end{vmatrix}=3\neq 0$, deci sistemul de ecuații este incompatibil	**2p**
c)	Sistemul are soluție unică $(x_0,y_0,z_0)\Rightarrow a\in\mathbb{Z}\setminus\{0,3\}$ și soluția sistemului este $\left(1-\frac{2}{a},\frac{1}{a},\frac{1}{a}\right)$	**3p**
	x_0, y_0, z_0 sunt numere intregi , deci $\frac{1}{a}$ este număr intreg și cum și a este număr întreg ,obținem $a=-1$ sau $a=1$, care convin	**2p**
2. a)	$f(1)=a+2$	**2p**
	$f(-1)=a-10\Rightarrow f(1)-f(-1)=a+2-a+10=12$	**3p**
b)	Polinomul f este divizibil cu polinomul $X-2\Leftrightarrow f(2)=0$	**2p**
	$f(2)=a+2$, deci $a=-2$	**3p**
c)	$x_1+x_2+x_3=4$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=5$	**2p**
	$x_1,x_2,x_3\in\mathbb{Z}$ și $x_1^2+x_2^2+x_3^2=6$, deci pătratele rădăcinilor sunt 1,1 și 4, cum $x_1+x_2+x_3=4$, obținem rădăcinile 1, 1 și 2, deci $a=-2$, care convine	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. a)	$f'(x)=4-\frac{1}{x^2+1}\cdot 2x=$	**2p**
	$=\frac{4x^2+4-2x}{x^2+1}=\frac{2(2x^2-x+2)}{x^2+1}, x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x+1)-f(x)\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(4-\ln\frac{x^2+2x+2}{x^2+1}\right)=$	**3p**
	$=4-\ln 1=4$	**2p**
c)	$f'(x)>0$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$, deci f este injectivă	**2p**
	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ și f este continuă pe $\mathbb{R}\Rightarrow f$ este surjectivă, deci f este bijectivă	**3p**
2. a)	$\int_0^1 f^2(x)dx=\int_0^1(x^2+1)dx=\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}+1-0=\frac{4}{3}$	**2p**
b)	$Aria=\int_{-1}^1\lvert g(x)\rvert dx=\int_{-1}^1\lvert xf(x)\rvert dx=-\int_{-1}^0 x\sqrt{x^2+1}dx+\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx=$	**2p**

	$=-\frac{1}{3}\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}}\Big\|_{-1}^{0}+\frac{1}{3}\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}}\Big\|_{0}^{1}=-\frac{1}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{3}=\frac{4\sqrt{2}-2}{3}$	**3p**
c)	Din regula lui l'Hospital, $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x t\cdot f(t)dt}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{xf(x)}{2x}=$ $=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+1}}{2}=\frac{1}{2}$	**3p** **2p**