

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică $M_mate-info$
Model aprilie 2025
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$z^2 = 2z - 3 \Rightarrow z^3 = z^2 \cdot z = (2z - 3) \cdot z =$ $= 2z^2 - 3z = 2(2z - 3) - 3z = z - 6 \Rightarrow z^3 - z = -6$	2p 3p
2.	f are minim; $\Delta = 1 - 4m \Rightarrow f_{\min} = \frac{4m-1}{4} \Rightarrow \frac{4m-1}{4} > -2$ Deci $m > -\frac{7}{4} \Rightarrow m \in \left(-\frac{7}{4}, +\infty\right)$	3p 2p
3.	$\log_2 x = t \Rightarrow 1 - \frac{1}{t} = 3 + t \Rightarrow (t+1)^2 = 0$ $t = 1$, deci $x = \frac{1}{2}$ care convine	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor reale de două cifre are 90 elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile Numerele favorabile sunt 14, 25, 36, 47, 58 și 69, deci sunt 6 cazuri favorabile $p = \frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$	2p 3p
5.	M mijlocul lui $AB \Rightarrow M\left(\frac{a+3}{2}, 1\right)$ $M \in d : y = x - 1 \Rightarrow 1 = \frac{a+3}{2} - 1 \Rightarrow a = 1$	2p 3p
6.	$2 \sin x \cos x - 4 \sin x - \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow (\cos x - 2)(2 \sin x - 1) = 0$ dar $\cos x \in [-1, 1] \Rightarrow \cos x = 2$ nu are soluții; cum $x \in (0, \pi) \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\} \Rightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$	2p 3p

Str. Lucian Blaga, nr. 26

550169, Sibiu

Tel: +40 (0) 369 10 12 02

Fax: +40 (0) 269 21 08 17

www.sbisj.ro

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ a & -1 & 1 \\ -1 & a+1 & -a \end{vmatrix} = a + a^2 + a - 2 - 1 - a - 1 + 2a^2 =$ $\det(A(a)) = 3a^2 + a - 4 = (3a + 4)(a - 1), \text{ pentru orice număr real } a$	3p 2p
b)	Pentru $a = 1 \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ x - y + z = -2 \\ -x + 2y = z = 7 \end{cases}$. Scăzând primele două ecuații ale sistemului obținem $y = 2$ Adunând prima și ultima ecuație din sistem obținem $y = \frac{11}{4} \neq 2$, deci sistemul nu are soluții reale	3p 2p
c)	Sistemul are soluția unică pentru $a \in R - \left\{ \frac{-4}{3}, 1 \right\} \cap Z \Rightarrow a \in Z - \{1\}$ și soluția sistemului este $\left(\frac{3a^2 - 8a + 14}{3a^2 + a - 4}, \frac{3a + 14}{3a + 4}, \frac{3a^2 - 10a - 2}{3a^2 + a - 4} \right)$ $y_0 = 1 + \frac{10}{3a + 4} \in Z \Rightarrow a \in \{-3, -2, -1, 2\}$, din care convin $a = -2$ sau $a = 2$	3p 2p
2.a)	$f: (X - 2) \Rightarrow f(2) = 0$ $f(2) = 2a + b + 48 \Rightarrow 2a + b + 48 = 0 \Leftrightarrow 2a + b = -48$	2p 3p
b)	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8; x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = 24$ $\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 16$ $(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + (x_4 - 2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 16 = 0$	3p 2p
c)	Dacă $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R \Rightarrow (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + (x_4 - 2)^2 \geq 0$ Din b) $\Rightarrow (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + (x_4 - 2)^2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 2$ Atunci $f(X) = (X - 2)^4 = X^4 - 8X^3 + 24X^2 - 32X + 16 \Rightarrow a = -32$ și $b = 16$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{2x + 2}{2\sqrt{x^2 + 2x + 4}} + 1 =$ $f'(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} + 1 = \frac{x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 4}}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}}, x \in R$	3p 2p
b)	$f(x) = \frac{2x + 4}{\sqrt{x^2 + 2x + 4} - x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(2 + \frac{4}{x} \right)}{\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} \right)} - x} = -1 \Rightarrow y = -1$ asimptotă orizontală spre $-\infty$ la graficul funcției f $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \Rightarrow f$ nu are asimptotă orizontală spre $+\infty$	2p 3p

	$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 4} + x}{x} = 2; n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 4} - x) = 1$ $\Rightarrow y = 2x + 1$ asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f, Cum f continuă pe $\mathbb{R}$ nu are asimptote verticale, deci graficul funcției f are două asimptote	
c)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{f(x) - x}{x} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 2x + 4}}{x} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x + 4}{x^2} \right)^{\frac{x}{2}} =$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2x + 4}{x^2} \right)^{\frac{x}{2}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 4}{x^2} \cdot \frac{x}{2}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x}{2x^2}} \stackrel{L'H}{=} e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 4}{4x}} = e$	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \int_0^1 (\sqrt{x^2 + 1}) dx = \int_0^1 (x + 1) dx =$ $= \frac{x^2}{2} \Big _0^1 + x \Big _0^1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$	2p 3p
b)	$x \in [0, 1] \Rightarrow x^2 \leq x \Rightarrow \frac{x^2}{x^2 + 1} \leq \frac{x}{x^2 + 1}, x \in [0, 1]$ $\Rightarrow \int_0^1 \frac{x^2}{f(x)} dx \leq \int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) \Big _0^1 = \frac{1}{2} \ln 2 = \ln \sqrt{2}$	2p 3p
c)	$I_n = \int_0^1 \frac{1}{f^n(x)} dx \Rightarrow I_{n+1} - I_n = \int_0^1 \left(\frac{1}{(x^2 + 1)^{n+1}} - \frac{1}{(x^2 + 1)^n} \right) dx =$ $= \int_0^1 \frac{-x^2}{(x^2 + 1)^{n+1}} dx, \text{ dar } \frac{-x^2}{(x^2 + 1)^{n+1}} \leq 0, x \in [0, 1] \Rightarrow \int_0^1 \frac{-x^2}{(x^2 + 1)^{n+1}} dx \leq 0 \Rightarrow \text{șirul}$ $(I_n)_{n \geq 1}$ este descrescător, deci monoton	2p 3p