Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{10}+3\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{10}+3\cdot\frac{3}{10}=$	**3p**
	$=\frac{1}{10}+\frac{9}{10}=1$	**2p**
2.	$f(2)=9$, $f(0)=-3$	**2p**
	$9=a-3$, de unde obținem $a=12$	**3p**
3.	$2x=3-x$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 5 numere n pentru care $6n>25$, deci sunt 5 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$	**3p**
5.	$BC=5$	**2p**
	$AB=1$ și, cum $BC=5\cdot AB$, obținem $a=5$	**3p**
6.	$MP=2$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta MNP}=\frac{MN\cdot MP}{2}=\frac{8\cdot 2}{2}=8$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}5 & 2\\ 2 & 1\end{vmatrix}=5\cdot 1-2\cdot 2=$	**3p**
	$=5-4=1$	**2p**
b)	$3A-5I_2=\begin{pmatrix}15 & 6\\ 6 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10 & 6\\ 6 & -2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & -1\end{pmatrix}=2B$	**3p**
	$2B=xB$, de unde obținem $x=2$	**2p**
c)	$A\cdot(B-A)=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $A\cdot(B-A)+xI_2=\begin{pmatrix}2+x & 1\\ 1 & x\end{pmatrix}$, $\det\left(A\cdot(B-A)+xI_2\right)=x^2+2x-1$, pentru orice număr real x	**3p**
	$x^2+2x-1\le 2$, deci $x^2+2x-3\le 0$, de unde obținem $x\in[-3,1]$	**2p**
2.a)	$f=X^3-3X^2+X+1\Rightarrow f(1)=1^3-3\cdot 1^2+1+1=$	**3p**
	$=1-3+1+1=0$	**2p**
b)	$x_1+x_2+x_3=3$, $x_1x_2x_3=-m$, deci $2\cdot 3=1-m$	**3p**
	$m=-5$	**2p**

c)	$f(2)=-2+m$, deci $-2+m=-5$, de unde obținem $m=-3$	**3p**
	$f=X^3-3X^2+X-3=(X-3)\left(X^2+1\right)$, de unde rezultă că polinomul f este divizibil cu X^2+1	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{e^x-(x-2)e^x}{\left(e^x\right)^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{e^x(1-x+2)}{\left(e^x\right)^2}=\dfrac{3-x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f(0)=-2$, $f'(0)=3$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=3x-2$	**3p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=3$; pentru orice $x\in[1,3]$, $f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $[1,3]$ și, pentru orice $x\in[3,4]$, $f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[3,4]$	**2p**
	$f(1)=-\dfrac{1}{e}$, $f(3)=\dfrac{1}{e^3}$ și $f(4)=\dfrac{2}{e^4}$, deci $-\dfrac{1}{e}\leq f(x)\leq\dfrac{1}{e^3}$, pentru orice $x\in[1,4]$, de unde obținem $-e^{x-1}\leq x-2\leq e^{x-3}$, pentru orice $x\in[1,4]$	**3p**
2.a)	$\displaystyle\int_0^1\left(f(x)-x^2-8\right)dx=\int_0^1 4x\,dx=2x^2\Big\|_0^1=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
b)	$\displaystyle\int_0^8\frac{x}{f(x)-4x}dx=\int_0^8\frac{x}{x^2+8}dx=\frac{1}{2}\int_0^8\frac{\left(x^2+8\right)'}{x^2+8}dx=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+8\right)\Big\|_0^8=$	**3p**
	$=\dfrac{\ln 72}{2}-\dfrac{\ln 8}{2}=\ln 3$	**2p**
c)	$\displaystyle\int_0^a\frac{1}{f(x)-4}dx=\int_0^a\frac{1}{(x+2)^2}dx=-\frac{1}{x+2}\Big\|_0^a=-\frac{1}{a+2}+\frac{1}{2}$, pentru orice $a\in(0,+\infty)$	**3p**
	$-\dfrac{1}{a+2}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$, de unde obținem $a=2$	**2p**