Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\frac{1}{10}+3\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x-3$. Determinați numărul real a pentru care $f(2)=a+f(0)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x}=5^{3-x}$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, acesta să verifice inegalitatea $6n>25$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,0)$, $B(2,1)$ și $C(6,4)$. Determinați numărul real a pentru care $BC=a\cdot AB$.

5p **6.** Se consideră triunghiul MNP, dreptunghic în M, cu $MN=4\cdot MP$ și $MN=8$. Arătați că aria triunghiului MNP este egală cu 8.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $3A-5I_2=xB$.

5p **c)** Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $\det\left(A\cdot(B-A)+xI_2\right)\le 2$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2+X+m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=1$, arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $2x_1+2x_2+2x_3=1+x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Știind că restul împărțirii polinomului f la polinomul $X-2$ este -5, arătați că f este divizibil cu polinomul X^2+1.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x-2}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{3-x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $-e^{x-1}\le x-2\le e^{x-3}$, pentru orice $x\in[1,4]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x+8$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)-x^2-8\right)dx=2$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^8\frac{x}{f(x)-4x}dx=\ln 3$.

5p	**c**) Determinați $a \in (0,+\infty)$ pentru care $\int_0^a \frac{1}{f(x)-4}\,dx = \frac{1}{4}$.