

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\lg(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6) - 1 = \lg(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6) - \lg 10 = \lg \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{10} =$ $= \lg \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \lg 2^3 \cdot 3^2 = 3 \lg 2 + 2 \lg 3.$	2p 3p
2.	Abscisa punctului M este soluția ecuației $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3$ Punctul $M(-3, 0)$ aparține graficului funcției $f \Leftrightarrow f(-3) = 0 \Leftrightarrow 9m - 9 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$	2p 3p
3.	$\sqrt{x} - \sqrt{x-3} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{x-3} + 1 \Leftrightarrow x = x - 3 + 2\sqrt{x-3} + 1 \Leftrightarrow$ $\sqrt{x-3} = 1 \Leftrightarrow x = 4,$ care convine.	2p 3p
4.	Numărul cazurilor posibile este 900. Pentru că $3 = 3 + 0 + 0 = 2 + 1 + 0 = 1 + 1 + 1$, cazurile favorabile sunt 300, 210, 201, 120, 102, 111 deci sunt 6 de cazuri favorabile. $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{6}{900} = \frac{1}{150}$	2p 3p
5.	$\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} =$ $= \frac{\alpha+1}{\alpha}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) = \frac{\alpha+1}{\alpha}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}) = \vec{0}.$	2p 3p
6.	$\sin \frac{5\pi}{6} = \sin \left(\pi - \frac{5\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{6}; \cos \frac{5\pi}{3} = \cos \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3}$ $\sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{5\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{3} = 0$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} =$ $= -2 - 2 - 2 - 1 - 1 + 8 = 0$	3p 2p
	b) $\det(A(m)) = \begin{vmatrix} m+1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & m+1 \\ 1 & m+1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m & m & m \\ -2 & 1 & m+1 \\ 1 & m+1 & -2 \end{vmatrix} = m \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & m+1 \\ 1 & m+1 & -2 \end{vmatrix} =$ $= m \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & m+3 \\ 1 & m & -3 \end{vmatrix} = -m(m^2 + 3m + 9)$ $\exists A^{-1}(m) \Leftrightarrow \det(A(m)) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$	3p 2p
	c) Pentru $x=1, y=2$ și $z=3$ sistemul este echivalent cu $\begin{cases} m+1-4+3=m \\ -2+2+3m+3=3m+3, \\ 1+2m+2-6=2m-3 \end{cases}$ egalitățile sunt adevărate, deci $x=1, y=2$ și $z=3$ este o soluție a sistemului. $m \neq 0 \Rightarrow \det(A(m)) \neq 0$ și rezultă, conform teoremei lui Cramer că singura soluție a sistemului de ecuații este $x=1, y=2$ și $z=3$.	2p 3p
2.	a) $(x+1)(y+1) - 1 = xy + x + y + 1 - 1 =$	3p
	$= x * y$ pentru orice $x, y \in M.$	2p

	b) $x \in M$ și $x \neq -1$ astfel încât $x * x' = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x'+1) - 1 = 0 \Leftrightarrow x' = \frac{1}{x+1} - 1$	2p
	$x \in M$ și $x \neq -1 \Rightarrow x+1 > 0$, rezultă că există $x' \in M$ și $x' \neq -1$, astfel încât $x * x' = 0$.	3p
	c) $x * x * x * x = x \Leftrightarrow (x+1)^4 - 1 = x \Leftrightarrow$	2p
	$x(x+1)(x^2+3x+3) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \in M$ sau $x = 0 \in M$ sau $x = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \notin M$ sau $x = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \notin M$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $f'(x) = (-x)' \ln x - x(\ln x)' - (1-x)' \ln(1-x) - (1-x)(\ln(1-x))' =$ $= -\ln x + \ln(1-x) = \ln \frac{1-x}{x}$		3p
			2p
	b) $\lim_{x \searrow 0} x \ln x = \lim_{x \searrow 0} \frac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{x}\right)'} = \lim_{x \searrow 0} (-x) = 0 \Rightarrow$ $\lim_{x \searrow 0} f(x) = \lim_{x \searrow 0} (-x \ln x - (1-x) \ln(1-x)) = 0.$		3p
			2p
	c) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2};$	x	0