

Examenul național de bacalaureat 2026 – simulare județeană
Proba E. c)
Matematică M_șt-nat

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Arătați că $\log_2 3$, $\log_2 6$ și $\log_2 12$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. |
| 5p | 2. Determinați numărul real a , pentru care graficele funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 9$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + a$ se intersectează într-un punct de abscisă $x = 1$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $\{\sqrt{n} / n \in \mathbb{N}, n < 100\}$ acesta să fie rațional. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(0,1)$ și M , mijlocul segmentului AB . Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul M și este perpendiculară pe dreapta AB . |
| 5p | 6. Calculați perimetrul triunghiului ABC , știind că $B = \frac{\pi}{3}$, $BA = 2$ și $BC = 5$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 2x \\ 2x & -4x+1 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$, $X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | a) Arătați că $\det(A(1)) = -4$. |
| 5p | b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y-5xy)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$. |
| 5p | c) Determinați perechea de numere naturale nenule (m, n) pentru care $A(m) \cdot A(n) = A(-3mn)$. |
| | 2. Pe mulțimea $G = (1, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = 1 + \frac{(x-1)(y-1)}{16}$. |
| 5p | a) Arătați $1 \circ 2025 = 1$. |
| 5p | b) Arătați că $e = 17$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”. |
| 5p | c) Demonstrați că funcția bijectivă $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(t) = \log_2(t-1) - 4$ verifică relația $f(x \circ y) = f(x) + f(y)$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2+3}{x} + \ln x$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)(2x+3)}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$. |
| 5p | b) Determinați $a \in (0, +\infty)$ astfel încât tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a, f(a))$ să fie paralelă cu dreapta $y = 2x + 1$. |
| 5p | c) Arătați că $f(x) + f(y) \geq 10$, $\forall x, y \in [1, +\infty)$. |



2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + x + 1) \cdot e^x$

5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) \cdot e^{-x} dx = \frac{11}{6}$.

5p b) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 f(x) dx = a \cdot e - 2$.

5p c) Se consideră funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, o primitivă a funcției f . Arătați că graficul funcției F are două puncte de inflexiune.

Succes!