Examenul național de bacalaureat 2026

Simulare

Proba E.c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă diferă de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.

Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

1.	Avem $a=\frac{2+5}{2}=\frac{7}{2}$ $\frac{a+b}{2}$ =5 conduce la $b=\frac{13}{2}$, de unde $b-a=3$	**2p** **3p**
2.	$z_1\cdot z_2=a+(a^2+a)i+i-(a+1)=-1+(a^2+a+1)i$ Cum $a^2+a+1\neq 0$ pentru orice număr real a, rezultă cerința	**3p** **2p**
3.	Obținem $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+1}>\frac{9}{4}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ Așadar $3x+1<-2$ de unde $x\in(-\infty,-1)$	**2p** **3p**
4.	Dacă $\overline{ab}$ este un număr natural de două cifre atunci sunt posibile cazurile: 1. a este pară și b este impară, situație în care se găsesc $4\cdot 5=20$ de numere 2. a este impară și b este pară, situație în care se găsesc $5\cdot 5=25$ de numere Obținem astfel 45 de numere în total	**2p** **3p**
5.	$\overline{AB}+\overline{AC}=\overline{AD}$, unde patrulaterul $ABDC$ este paralelogram Din $AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cdot cos(ABD)=2^2+4^2-2\cdot 2\cdot 4\cdot cos\frac{2\pi}{3}$ $=20-16\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=28$, obținem că $AD=2\sqrt{7}$	**2p** **3p**
6.	Avem $sin2x=\frac{1}{2}$ Cum $2x\in(0,\pi)$ rezultă că $2x=\frac{\pi}{6}$ sau $2x=\frac{5\pi}{6}$ deci $x\in\left\{\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right\}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL II

1a)	Avem $det(A)=-a^2+a$ $det(A)\neq 0$ conduce la $a\in\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$	**3p** **2p**
b)	Ecuația este echivalentă cu sistemul. Dacă $det(A)\neq 0$ atunci sistemul are soluție unică, fals, deci $det(A)=0$ de unde $a\in\{0,1\}$ Pentru $a=1$ se obține $rang(A)=rang(\bar{A})=2$, deci sistemul este compatibil nedeterminat, fals. Pentru $a=0$ rezultă $rang(A)=2, rang(\bar{A})=3$ deci sistemul este incompatibil. Așadar $a=0$	**2p** **3p**
c)	Rezolvând sistemul obținem $x_0=\alpha, y_0=1-\alpha, z_0=0, \alpha\in\mathbb{R}$	**2p**

	Atunci $x_0 \cdot y_0 = -\left(\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ care are maximul egal cu $\frac{1}{4}$ atins pentru $x_0 = y_0 = \frac{1}{2}$	3p
2.a)	Avem $4 \circ 5 = 1 + \sqrt{(4-1)^2 + (5-1)^2}$ $= 1 + \sqrt{25} = 1 + 5 = 6$	3p 2p
b)	Din $x \circ e = x$ pentru orice $x \in M$, se obține că $e = 1$, care verifică și relația $e \circ x = x$, $x \in M$ deci elementul neutru al legii este $e = 1$ Fie $x \in M$ și $x' \in M$ simetricul lui x. Se obține $(x-1)^2 + (x'-1)^2 = 0$ de unde rezultă că $x = x' = 1$	3p 2p
c)	Avem $(a-1)^2 + (b-1)^2 = 2026$ Cum $2026 = 1^2 + 45^2$ putem alege $a = 2$ și $b = 46$	2p 3p

SUBIECTUL III

1.a)	Avem $f'(x) = (x^2 - x - 1)' \cdot e^{-x} + (x^2 - x - 1) \cdot (e^{-x})'$ $= (2x - 1) \cdot e^{-x} - (x^2 - x - 1) \cdot e^{-x}$ deci $f'(x) = (3x - x^2) \cdot e^{-x}$	3p 2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2 - x - 1}{e^x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x-1}{e^x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2}{e^x} = 0$, deci $y = 0$ este asimptotă orizontală către ∞	3p 2p
c)	Avem $f'(x) > 0, x \in (0,3), f'(x) < 0, x \in (3, +\infty), f'(0) = f'(3) = 0$, deci f este strict crescătoare pe $[0,3]$ și strict descrescătoare pe $[3, +\infty)$ Cum $f(3) = \frac{5}{e^3} < 1$ iar $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$ rezultă că $f(x)$ nu este număr întreg pentru $x \geq 3$ Dacă $x \in [0,3]$ atunci $f(x) = -1$ pentru $x = 0$ și $f(x) = 0$ dacă $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$	3p 2p
2.a)	$\int_0^1 x \cdot f(x)dx = \int_0^1 (x^2 + x)dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)\Big\|_0^1$ $= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$	3p 2p
b)	$\int_2^a \frac{f(x) - 1}{x^2 - 1} dx = \int_2^a \frac{x}{x^2 - 1} dx = \frac{1}{2} \int_2^a \frac{(x^2 - 1)'}{x^2 - 1} dx = \frac{1}{2} ln\|x^2 - 1\| \Big\|_2^a$ Deci $\frac{1}{2} ln(a^2 - 1) - \frac{1}{2} ln3 = ln(\sqrt{5})$ de unde $ln(a^2 - 1) = ln15$ cu soluția convenabilă $a = 4$	3p 2p
c)	$\int_0^1 \sqrt{x} \cdot e^{f(x)-1} dx = \int_0^1 \sqrt{x} \cdot e^x dx \leq \int_0^1 e^x\, dx = e - 1$ $\int_0^1 \sqrt{x} \cdot e^x dx \geq \int_0^1 x \cdot e^x dx = (x-1) \cdot e^x \Big\|_0^1 = 1$	2p 3p