

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
Model ianuarie 2026
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
30puncte)

- 1) Arătați că cel mai mare divizor prim al numărului natural
- 5p $\left| (1+i\sqrt{2025})^2 + (1-i\sqrt{2025})^2 \right|$ este 23, unde $i^2 = -1$.
- 5p 2) Determinați valorile reale ale lui m pentru care vârful parabolei asociate funcției $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^2 - 3mx + m + 7$ este situat deasupra axei Ox .
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2x - \sqrt{x^2 + 9} = 3$.
- 5p 4) Determinați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu numerele 5 și 3.
- 5p 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,5)$, $B(1,1)$ și $C(5,m)$. Determinați valorile reale ale lui m pentru care triunghiul ABC este dreptunghic.
- 5p 6) Arătați că $\cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ + \cos^2 70^\circ = 2$.

SUBIECTUL al II-lea
(30puncte)

- 1) Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 2x+1 & 4x-1 \\ x & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(-\sqrt{2}) \cdot A(0))$ este un număr natural.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui x pentru care matricea $A(x)$ **nu** este inversabilă.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $A^2(x) - (3x+1) \cdot A(x) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.
- 2) Pe mulțimea $M = [0, \infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = \log_2(2^x + 2^y - 1)$.
- 5p a) Arătați că $0 \circ x = x$ pentru orice $x \in [0, \infty)$.
- 5p b) Arătați că legea de compoziție " $\circ$ " este asociativă.
- 5p c) Determinați valorile naturale ale lui x pentru care $x \circ x \circ x = 2x$.

SUBIECTUL al III-lea
(30puncte)

- 1) Se consideră funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x) = \frac{2x+4}{\sqrt{x^2+4}}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{4(2-x)}{(x^2+4) \cdot \sqrt{x^2+4}}$, pentru orice $x \in R$.

- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- 5p** c) Arătați că ecuația $f(x) = y$ admite soluție, pentru orice $y \in (-2, 2\sqrt{2}]$.
- 2)** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}(-x^2 + 5x - 4)$.
- 5p** a) Determinați $m, n, p \in \mathbb{R}$ pentru care funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^{-x} \cdot (m \cdot x^2 + n \cdot x + p)$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** b) Arătați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe intervalul $[1, 4]$.
- 5p** c) Determinați $a \in [1, 3]$ știind că $\int_1^a \frac{f(x) \cdot e^x}{4-x} dx = \frac{1}{3} \cdot \int_a^3 \frac{f(x) \cdot e^x}{4-x} dx$.