INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN GORJ

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Examenul național de bacalaureat 2026
Simulare
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Numerele reale $2, a, 5, b$ sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. Să se calculeze $b - a$.

5p 2. Fie numerele complexe $z_1 = a + i$ și $z_2 = 1 + (a+1)i$, unde a este număr real iar $i^2 = -1$. Să se demonstreze că numărul $z_1 \cdot z_2$ **nu** este real pentru nicio valoare a numărului real a.

5p **3.** Determinați valorile reale ale lui x dacă $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+1} - \frac{9}{4} > 0$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de două cifre au suma cifrelor număr impar.

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC în care $AB = 2$, $AC = 4$ și $A = \frac{\pi}{3}$. Să se calculeze lungimea vectorului $\overline{AB} + \overline{AC}$.

5p **6.** Să se determine $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ dacă $sinx \cdot cosx = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații liniare

$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay - 2z = 1 \\ x + y - z = a \end{cases}$, unde a este un număr real.

5p **a)** Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea A este inversabilă.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care ecuația $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ **nu** are soluții reale,

unde $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

5p **c)** Pentru $a = 1$, fie (x_0, y_0, z_0) o soluție reală a sistemului. Să se determine valoarea maximă a expresiei $x_0 \cdot y_0$.

2. Pe mulțimea $M = [1, \infty)$ se definește legea de compoziție asociativă
$x \circ y = 1 + \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$.

5p **a)** Arătați că $4 \circ 5 = 6$.

5p **b)** Să se arate că $x = 1$ este singurul element simetrizabil în raport cu legea “∘”.

5p **c)** Dați exemplu de două numere naturale nenule a, b pentru care $a \circ b = 1 + \sqrt{2026}$.

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x^2-x-1)\cdot e^{-x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=(3x-x^2)\cdot e^{-x}, x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Să se scrie ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Determinați numerele $x\in[0,+\infty)$ pentru care $f(x)$ este număr întreg.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+1$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^1 x\cdot f(x)dx=\frac{5}{6}$.
5p	**b)** Determinați numărul real $a>2$ cu proprietatea că $\int_2^a \frac{f(x)-1}{x^2-1}dx=\ln\left(\sqrt{5}\right)$.
5p	**c)** Să se demonstreze că $1\le\int_0^1\sqrt{x}\cdot e^{f(x)-1}dx\le e-1$.