

**CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR**

21 iulie 2026

Probă scrisă

MATEMATICĂ

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a) $g(1)=2$, $(f \circ g)(1)=f(2)=4+2(3m+1)+m-1=7m+5$ $7m+5=12$, de unde obținem $m=1$	3p 2p
	b) $h(x)=3x^2+3mx+m$, unde m este număr real; $3x^2+3mx+m=-9x-4$, de unde obținem $3x^2+(3m+9)x+m+4=0$ $\Delta=0$ și, cum $\Delta=9m^2+42m+33$, obținem $m=-1$, care convine, sau $m=-\frac{11}{3}$, care nu convine	2p 3p
	c) $2x^2-x+1>0$, pentru orice număr real x și, cum $-1<\frac{x^2+(3m+1)x+m-1}{2x^2-x+1}<1$, obținem $\begin{cases} 3x^2+3mx+m>0 \\ -x^2+(3m+2)x+m-2<0 \end{cases}$, pentru orice număr real x	2p
	$\begin{cases} 9m^2-12m<0 \\ 9m^2+16m-4<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \left(0, \frac{4}{3}\right) \\ m \in \left(-2, \frac{2}{9}\right) \end{cases}$, deci $m \in \left(0, \frac{2}{9}\right)$	3p
2.	a) CM și BN sunt mediane în triunghiul ABC , $CM \cap BN = \{G\}$, deci punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC $EG \parallel BC \Rightarrow \triangle MGE \sim \triangle MCB \Rightarrow \frac{EG}{BC} = \frac{MG}{MC} = \frac{1}{3}$; $GF \parallel BC \Rightarrow \triangle NGF \sim \triangle NBC \Rightarrow \frac{GF}{BC} = \frac{NG}{NB} = \frac{1}{3}$, de unde obținem $EG=GF$, deci punctul G este mijlocul segmentului EF	2p 3p
	b) $EBPG$ și $GQCF$ sunt paralelograme, deci $EG=BP=CQ=\frac{BC}{3}$ $PQ=BC-BP-CQ=BC-\frac{BC}{3}-\frac{BC}{3}=\frac{BC}{3}$	3p 2p
	c) $BQ=PC=\frac{2}{3} \cdot BC$ și, cum $EF \parallel BC$, obținem că $EBQF$ și $EPCF$ sunt paralelograme, deci $FQ \parallel AB$, $EP \parallel AC$ și rezultă că $AEDF$ este paralelogram, unde D este punctul de intersecție a dreptelor EP și FQ	3p
	Punctul G este mijlocul diagonalei EF , deci punctele A , G și D sunt coliniare, de unde obținem că dreptele AG , EP și FQ sunt concurente în punctul D	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a) $z = i$ este rădăcină a polinomului f , deci $f(i) = 0$	2p
	$i^4 - 2ai^3 + (3a^2 + 2)i^2 + 2i + 4 = 0 \Leftrightarrow -3a^2 + 3 + i(2a + 2) = 0$, de unde obținem $a = -1$	3p
	b) Pentru orice număr real a , $f = X^2(X^2 - 2aX + a^2) + 2a^2X^2 + 2X^2 + 2X + 4 =$ $= X^2(X - a)^2 + 2a^2X^2 + X^2 + (X + 1)^2 + 3$ Pentru orice număr real x , $f(x) > 0$, oricare ar fi numărul real a , deci polinomul f nu are nicio rădăcină reală, oricare ar fi numărul real a	3p 2p
	c) Derivata lui $f = (X - x_1)(X - x_2)(X - x_3)(X - x_4)$ este $f' = (X - x_2)(X - x_3)(X - x_4) +$ $+ (X - x_1)(X - x_3)(X - x_4) + (X - x_1)(X - x_2)(X - x_4) + (X - x_1)(X - x_2)(X - x_3)$ $\frac{1}{x_1 + 1} + \frac{1}{x_2 + 1} + \frac{1}{x_3 + 1} + \frac{1}{x_4 + 1} = -\frac{f'(-1)}{f(-1)} = \frac{6a^2 + 6a + 6}{3a^2 + 2a + 5}$, pentru orice număr real a , deci $\frac{6a^2 + 6a + 6}{3a^2 + 2a + 5} = 2$, de unde obținem $a = 2$	2p 3p
2.	a) $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = 1$ Pentru orice $x \in (-\infty, -1]$, $f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty, -1]$; pentru orice $x \in [-1, 1]$, $f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[-1, 1]$; pentru orice $x \in [1, +\infty)$, $f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1, +\infty)$	2p 3p
	b) $f(x) \geq 0$, pentru orice număr real x , deci $\mathcal{A} = \int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^a f(x) dx =$ $= \int_{-a}^a \frac{2(x^2 + 1) + x}{x^2 + 1} dx = 2x \Big _{-a}^a + \frac{1}{2} \cdot \ln x^2 + 1 \Big _{-a}^a = 4a$, de unde obținem $4a = 8$, deci $a = 2$	2p 3p
	c) $f(x) \geq \frac{3}{2}$, pentru orice număr real x , deci $\int_a^b (f(x))^n dx \geq \int_a^b \left(\frac{3}{2}\right)^n dx = \left(\frac{3}{2}\right)^n (b - a)$, pentru orice număr natural n Cum $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n (b - a) = +\infty$, pentru orice numere reale a și b , cu $a < b$, obținem $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_a^b (f(x))^n dx = +\infty$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

<i>Itemul de completare elaborat:</i>	
- menționarea competenței specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat	1p
- precizarea unui avantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- precizarea unui dezavantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- respectarea formatului itemului	1p
- respectarea corectitudinii științifice, inclusiv a răspunsului așteptat	1p

<i>Itemul cu răspuns scurt elaborat:</i>	
- menționarea competenței specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat	1p
- precizarea unui avantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- precizarea unui dezavantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- respectarea formatului itemului	1p
- respectarea corectitudinii științifice, inclusiv a răspunsului așteptat	1p
<i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat:</i>	
- menționarea competenței specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat	1p
- precizarea unui avantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- precizarea unui dezavantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- respectarea formatului itemului	1p
- respectarea corectitudinii științifice, inclusiv a răspunsului așteptat	1p
<i>Itemul de tip întrebare structurată elaborat:</i>	
- menționarea competenței/competențelor specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat	1p
- precizarea unui avantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- precizarea unui dezavantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- respectarea formatului itemului	1p
- respectarea corectitudinii științifice, inclusiv a răspunsului așteptat	1p
<i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat:</i>	
- menționarea competenței specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat	1p
- precizarea unui avantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- precizarea unui dezavantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- respectarea formatului itemului	1p
- respectarea corectitudinii științifice, inclusiv a răspunsului așteptat	1p